

Ganzrationale Funktionen n-ten Grades

1. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{1}{8} (x^3 - 6x^2 + 24)$  mit  $x \in \mathbb{R}$ .  $K$  sei ihr Schaubild.
- Untersuchen Sie  $K$  auf Extrem- und Wendepunkte!
  - Zeichnen Sie die Funktion für  $-2,5 \leq x \leq 6,5$  (mit Längeneinheit 1cm)
  - Die Gerade  $g(x) = 0,5x$ , die Wendetangente und die  $x$ -Achse begrenzen eine Fläche. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche! Stellen Sie die Fläche zeichnerisch dar!

Gebrochenrationale Funktion

2. Gegeben ist die Funktion  $f_t(x) = \frac{4x + 4t}{x^2}$  für  $t \in \mathbb{R}^+$  und  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Der Graph von  $f_t$  sei  $K_t$ .

- Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten der Graphen von  $K_t$ !
- Untersuchen Sie den Graphen  $K_t$  auf Asymptoten, Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse!
- Berechnen Sie die Extrempunkte und Wendepunkte von  $K_t$ !
- Zeichnen Sie die Graphen für  $K_1$  und  $K_3$  im Intervall  $-6 \leq x \leq 6$  (Längeneinheit 1cm) ein!
- Berechnen Sie die Gleichung der Ortskurve  $C$  aller Tiefpunkte und zeichnen Sie die Ortskurve ein!
- Die Tangente an  $K_1$  in  $P(2/f(x))$  schneidet die Kurve noch einmal im Punkt  $Q$ ! Berechnen Sie die Koordinaten von  $Q$ ! Kontrollieren Sie den Wert zeichnerisch!

Exponentialfunktion

2. Gegeben ist die Funktion  $f$  durch  $y = f(x) = (2x + 1) \cdot e^{-x}$  mit  $x \in \mathbb{R}$ .

- Untersuchen Sie den Graphen von  $f$  auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, auf lokale Extrempunkte und auf Wendepunkte! Geben Sie Koordinaten an! Begründen Sie anhand der Funktionsgleichung, dass der Graph der Funktion  $f$  nur für  $x < -\frac{1}{2}$  negative Funktionswerte besitzt! Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  im Intervall  $-1 \leq x \leq 5$ ! Geben Sie den Wertebereich von  $f$  an!

- Im Punkt  $R\left(\frac{3}{2} \mid f\left(\frac{3}{2}\right)\right)$  wird die Tangente an den Graphen von  $f$  gelegt.

Zeigen Sie, dass diese Tangente durch die Gleichung  $y = t(x) = -2e^{-\frac{3}{2}x} + 7e^{-\frac{3}{2}}$  beschrieben werden kann!

- Die Tangente  $t$  und die Koordinatenachsen begrenzen eine Fläche. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieser Fläche!
- Weisen Sie nach, dass die Funktion  $F$  mit  $F(x) = (-2x - 3) \cdot e^{-x} + 2011$  eine Stammfunktion von  $f$  ist! Berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion  $f$  und der  $x$ -Achse in den Grenzen von  $a = 0$  bis  $b = 4$ !