

Arbeitsblatt Grenzwerte von Funktionen



1.) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte!

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 4} \quad b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3x + 7}{2x^2 + 1} \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x + 7}{2x - 3} \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 9x}{x^3 + 1} \quad e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x}{-x^2 + 5}$$

2.) Geben Sie an, für welchen Wert von x die Funktion f nicht definiert ist! Berechnen Sie dann den Grenzwert an dieser Stelle x_0 !

$$a) f(x) = \frac{-2x^2 + 4x + 6}{x + 1} \quad b) f(x) = \frac{3x^2 - 9x - 30}{5 - x} \quad c) f(x) = \frac{3x^2 + 3x - 6}{2 + x}$$

$$d) f(x) = \frac{3x^2 - 11x + 10}{x - 2} \quad e) f(x) = \frac{3x^3 - 7x^2 - 20x}{x^2 - 4x} \quad f) f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 6}{(2x - 6)(x - 4)}$$

3.) Untersuchen Sie das Grenzwertverhalten!

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 4}{1 - x} \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x} \quad c) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{|x - 5|} \quad d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 4x - 6}{2(1 - x)}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 2x - x^2}{x^3 - 3x^2} \quad f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 5x^2}{x^3 - 3x^2} \quad g) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 - 8x}{2 + x} \quad h) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 3x - 4}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} \quad j) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 9x + 6}{3x + 3} \quad k) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 4x - 6}{4x^2 + 4x - 24} \quad l) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot \frac{(ax)^{k-1}}{(ax)^{k+1}}$$

4.) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte!

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 3}{(4x - 1)(3x + 2)} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x + 1}{3x + 2} \quad c) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{x^4 - 256} \quad d) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x - 21}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 25} - 5} \quad f) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 16}{x - 3} \quad g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{x + 4} \quad h) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^4 - 81}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x - 1} - 3}{x - 10} \quad j) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 - 6x + 5}$$

5.) Berechnen Sie mittels (rechts-/linksseitiger Grenzwerte) das Verhalten der Funktionen an der Stelle x_0 !

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x + 5}{x - 1} \quad b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x + 5}{x + 1} \quad c) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 1}{(x + 2)^2} \quad d) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - 8x}{(x - 4)^2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1}$$

6.) * Bestimmen Sie die Art der Unstetigkeit!

$$a) y = f(x) = \frac{10 + x}{x - 3} \quad b) y = f(x) = \frac{x^2 - 169}{x + 13} \quad c) y = f(x) = 4^{\frac{1}{x}} \quad d) y = f(x) = \frac{x + 6}{(3x + 18)(x + 4)}$$

$$e) y = f(x) = \frac{1}{x^3} \quad f) y = f(x) = \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6} \quad g) y = f(x) = \frac{1}{x - 5} \quad h) y = f(x) = \frac{1}{(x - 4)^2}$$

$$i) y = f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \geq 2 \\ -x^2 & x < 2 \end{cases} \quad j) y = f(x) = \frac{1}{\operatorname{sgn} x}$$